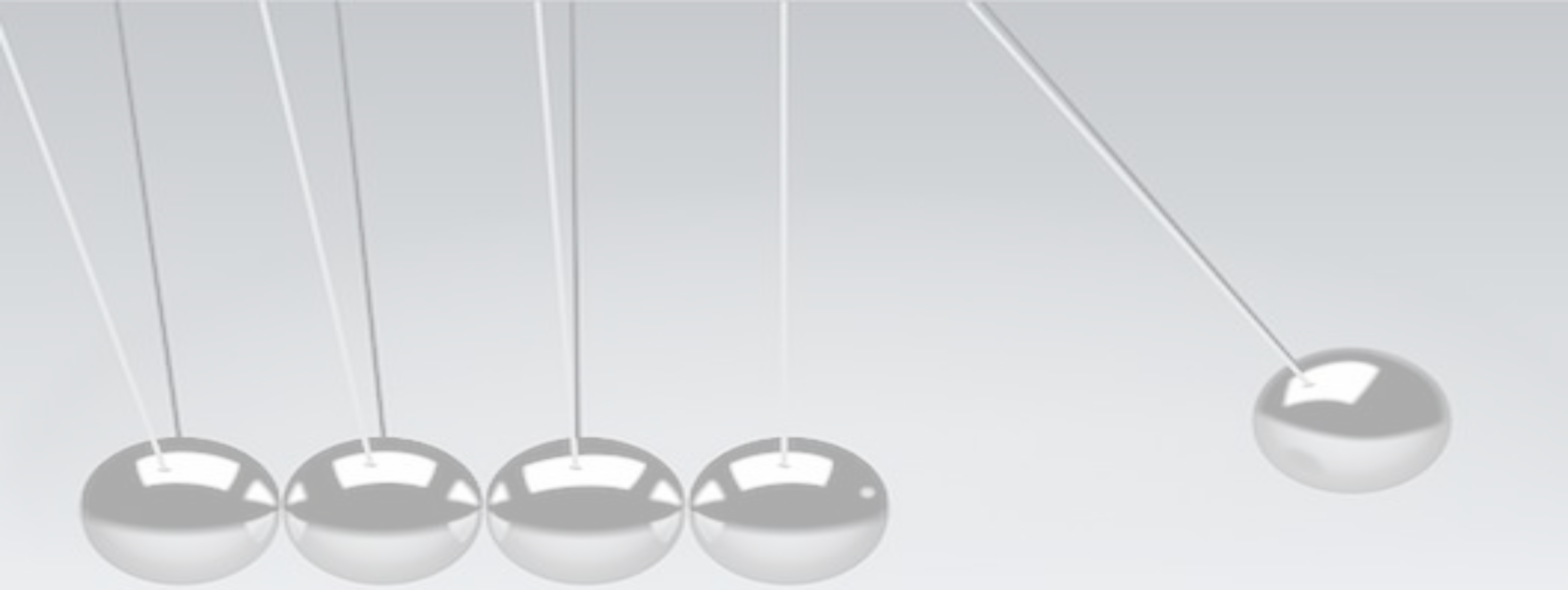


Mecânica B

Prof. Dr. Quesle da Silva Martins

13 de julho de 2022

Conteúdo do curso

Trabalho ✓

Energia ✓

Conservação da energia ✓

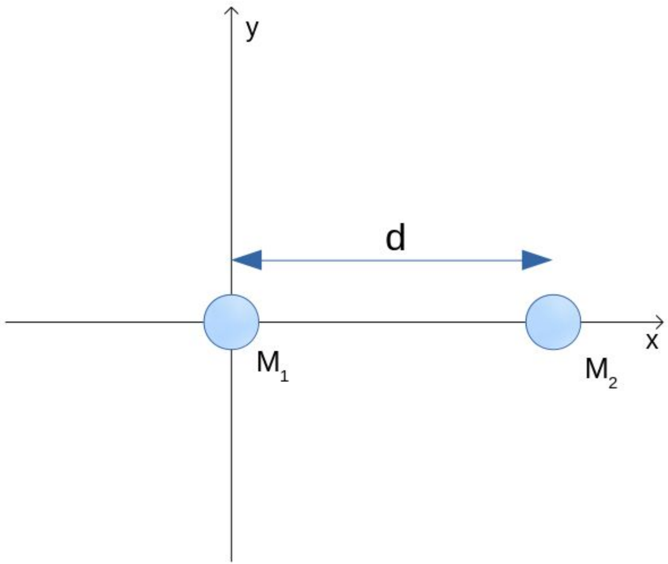
Momento ✓

Impulso ✓

Colisões ✓

Centro de Massa ✓

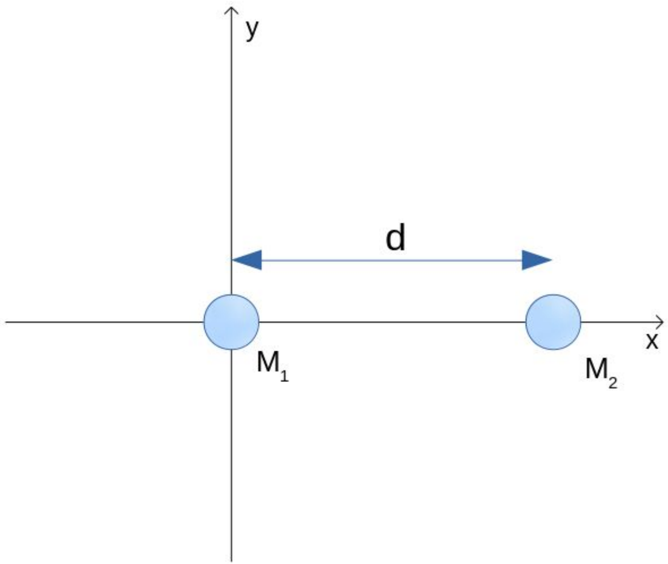
Centro de massa



Podemos tratar o sistema de duas partículas, como um todo, como se fosse uma só partícula, de momento (**p**) igual ao momento total (**P**) do sistema, sobre a qual atua a resultante das forças externas.

(1)

Centro de massa

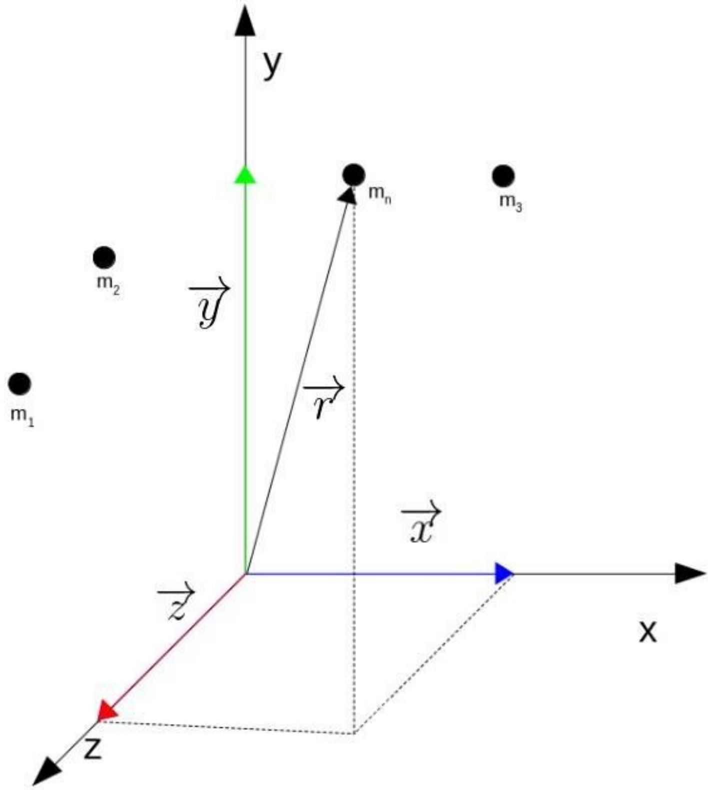


Podemos tratar o sistema de duas partículas, como um todo, como se fosse uma só partícula, de momento (**p**) igual ao momento total (**P**) do sistema, sobre a qual atua a resultante das forças externas.

DEFINIÇÃO DE MOMENTOS

$$\left.\begin{cases} \mathbf{p}_1 = m\dfrac{d\mathbf{r}_1}{dt} \\ \mathbf{p}_2 = m\dfrac{d\mathbf{r}_2}{dt} \end{cases}\right\} \mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m\frac{d}{dt}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \qquad (1)$$

Centro de massa

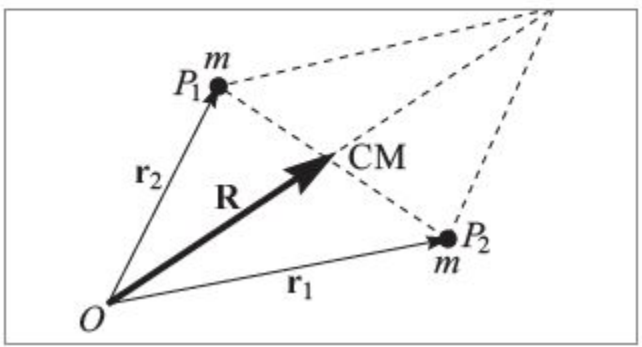


Em física, o **centro de massa (CM)** é o ponto hipotético onde toda a massa (*M*) de um sistema físico está concentrada e que se move como se todas as forças externas estivessem sendo aplicadas nesse ponto.

$$M\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{F}^{(\text{ext})} \qquad (2)$$

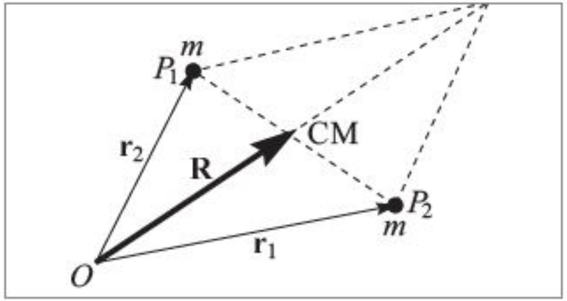
Centro de massa

O caso mais simples é quanto o sistema é formado por duas partículas de mesma massa, ou seja, um sistema de dois corpos. Nesse caso o CM está a meio caminho que liga as duas partículas e pode ser representado como:



$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \qquad (3)$$

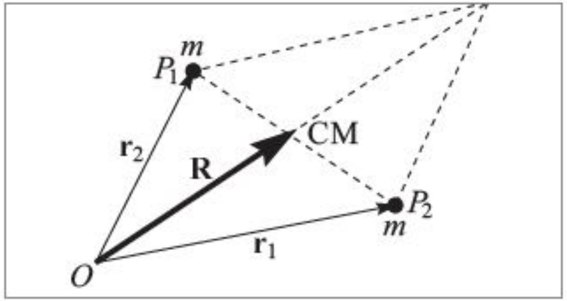
Centro de massa



Consideremos um sistema de duas partículas de massas iguais, m_1 e m_2.

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2\right) \qquad (3)$$

Centro de massa



Consideremos um sistema de duas partículas de massas iguais, m_1 e m_2.

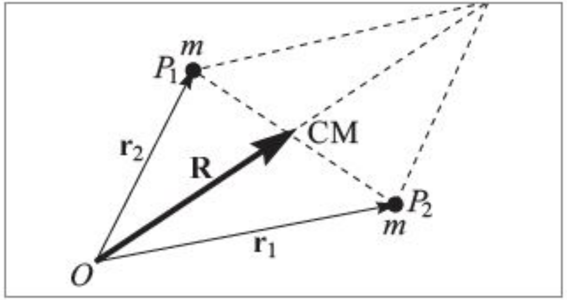
$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \tag{3}$$

Consideremos agora um sistema de duas partículas de massas quaisquer, m_1 e m_2.

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{1(2)} \\ \dfrac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{2(1)} \end{cases} \tag{4}$$

DEFINIÇÃO DE MOMENTOS

Centro de massa

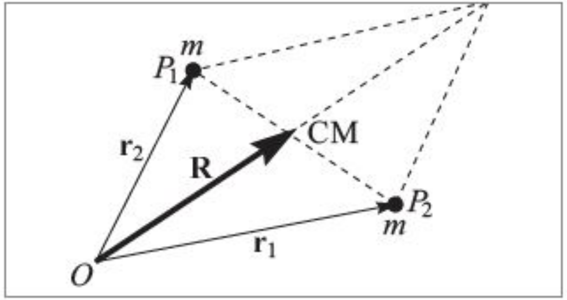


$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2\right) \quad (3)$$

$$\mathbf{P} = m_1 \frac{d\mathbf{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{r}_2}{dt} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{1(2)} \\ \dfrac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{2(1)} \end{cases} \quad \rightarrow$$

Centro de massa

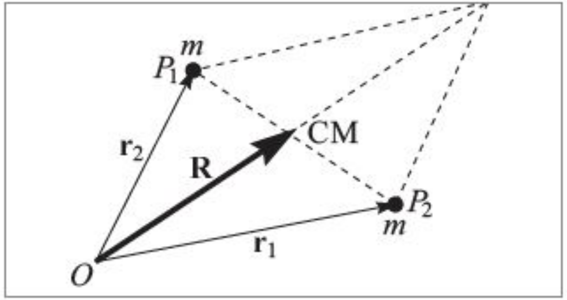


$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \tag{3}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{1(2)} \\ \dfrac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{2(1)} \end{cases} \rightarrow$$

$$\mathbf{P} = m_1 \frac{d\mathbf{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{r}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2) = M\frac{d\mathbf{R}}{dt} \tag{6}$$

Centro de massa



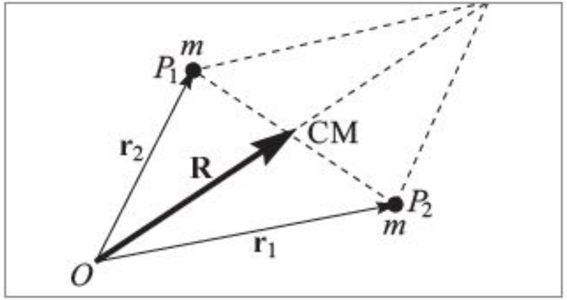
$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \tag{3}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{1(2)} \\ \dfrac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{2(1)} \end{cases} \longrightarrow$$

$$\mathbf{P} = m_1 \frac{d\mathbf{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{r}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2) = M \frac{d\mathbf{R}}{dt} \tag{6}$$

$$M = m_1 + m_2 \tag{7}$$

Centro de massa



$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \tag{3}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{1(2)} \\ \dfrac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{2(1)} \end{cases} \longrightarrow$$

$$\mathbf{P} = m_1 \frac{d\mathbf{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{r}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2) = M \frac{d\mathbf{R}}{dt} \tag{6}$$

$$M = m_1 + m_2 \tag{7}$$

$$\mathbf{R} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \tag{8}$$

Centro de massa

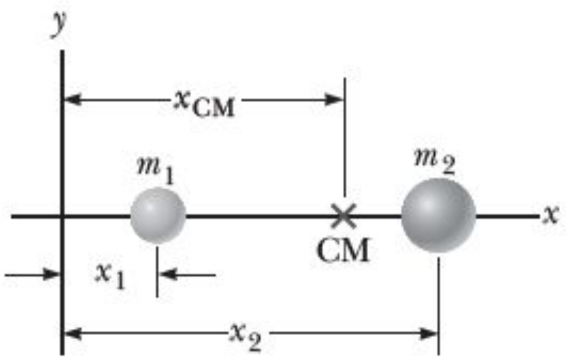
$$\mathbf{R} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \qquad (8)$$

Em lugar da média aritmética, como na (3), temos agora uma média ponderada dos vetores de posição das duas partículas, com pesos correspondentes às massas.

Centro de massa

$$\mathbf{R} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \qquad (8)$$

Em lugar da média aritmética, como na (3), temos agora uma média ponderada dos vetores de posição das duas partículas, com pesos correspondentes às massas.



O centro de massa de duas partículas de massas desiguais no eixo x está localizado em x_{CM}, um ponto entre as partículas, mais perto daquela que tem maior massa.

Centro de massa

$$\mathbf{R} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \qquad (8)$$

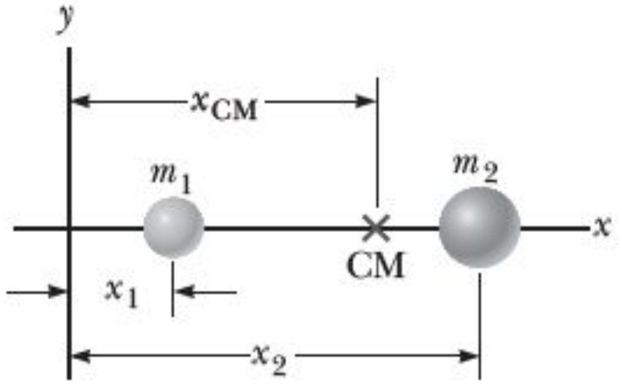
Em lugar da média aritmética, como na (3), temos agora uma média ponderada dos vetores de posição das duas partículas, com pesos correspondentes às massas.

R = X **i** + Y **j** + Z **k** (Coordenadas no R^3)

$$X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}, \quad Y = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}, \quad Z = \frac{m_1z_1 + m_2z_2}{m_1 + m_2} \qquad (9)$$

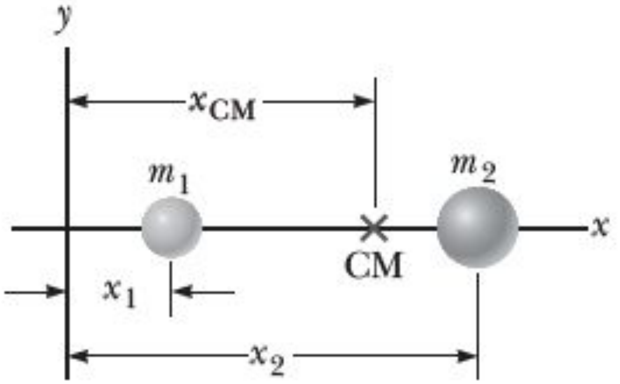
Centro de massa

1 - A posição do centro de massa de um sistema pode ser descrita como a posição média da massa do sistema. Por exemplo, o centro de massa do par de partículas descrito na Figura ao lado está localizado no eixo x, em algum lugar entre as partículas. a) Neste caso, a coordenada x do centro de massa é dada por:



Centro de massa

1 - A posição do centro de massa de um sistema pode ser descrita como a posição média da massa do sistema. Por exemplo, o centro de massa do par de partículas descrito na Figura ao lado está localizado no eixo x, em algum lugar entre as partículas. a) Neste caso, a coordenada x do centro de massa é dada por:



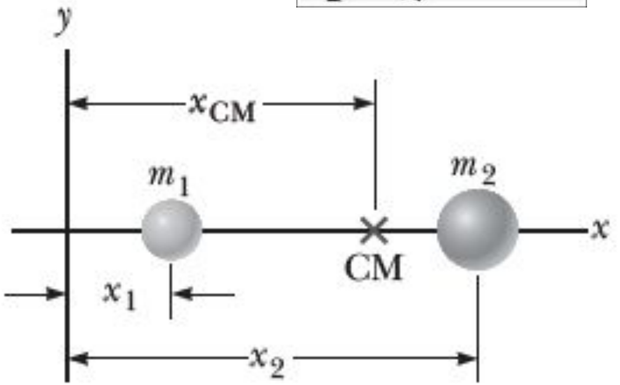
a) $$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2},$$

b) $$Y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2},$$

c) $$Z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$$

Centro de massa

1 - A posição do centro de massa de um sistema pode ser descrita como a posição média da massa do sistema. Por exemplo, o centro de massa do par de partículas descrito na Figura ao lado está localizado no eixo x, em algum lugar entre as partículas. a) Neste caso, a coordenada x do centro de massa é dada por:



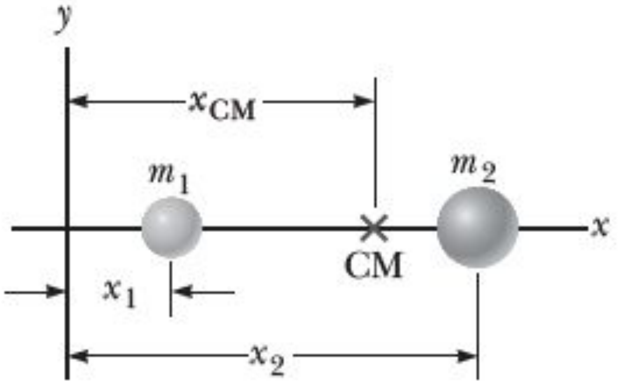
a) $X = \dfrac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$,

b) $Y = \dfrac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}$,

c) $Z = \dfrac{m_1z_1 + m_2z_2}{m_1 + m_2}$

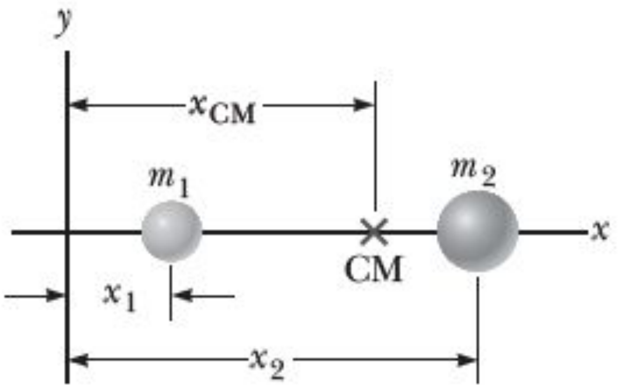
Centro de massa

2 - Considerando a partícula *m1* na origem e sabendo que $m_2=2m_1$, obtenha o valor de x_{cm}. Discuta o resultado.



Centro de massa

2 - Considerando a partícula *m1* na origem e sabendo que $m_2 = 2m_1$, obtenha o valor de x_{cm}. Discuta o resultado.



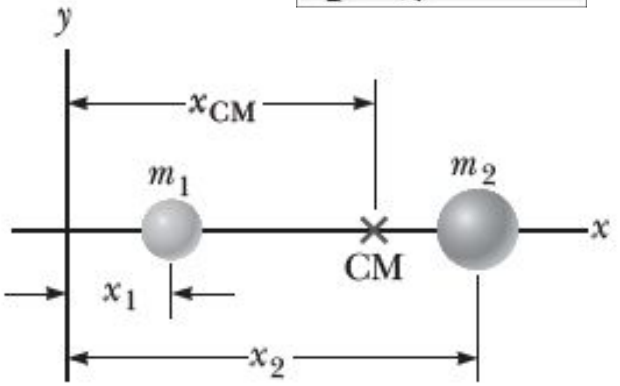
Nesse caso, iremos usar,

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2},$$

Mostre o calculo feito da sua tela

Centro de massa

2 - Considerando a partícula *m1* na origem e sabendo que $m_2=2m_1$, obtenha o valor de x_{cm}. Discuta o resultado.



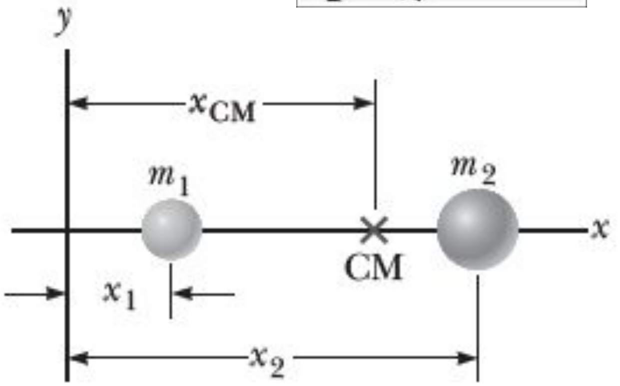
Nesse caso, iremos usar,

$$\boxed{X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{2}{3}d.}$$

Mostre o calculo feito da sua tela

Centro de massa

2 - Considerando a partícula *m1* na origem e sabendo que $m_2=2m_1$, obtenha o valor de x_{cm}. Discuta o resultado.



Nesse caso, iremos usar,

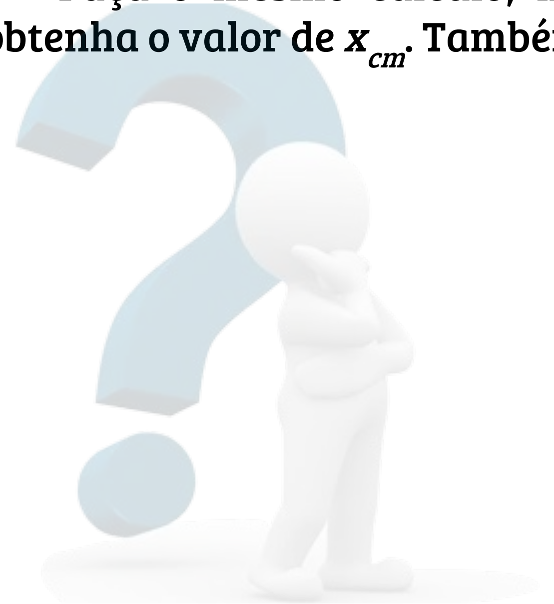
$$\boxed{X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{2}{3}d.}$$

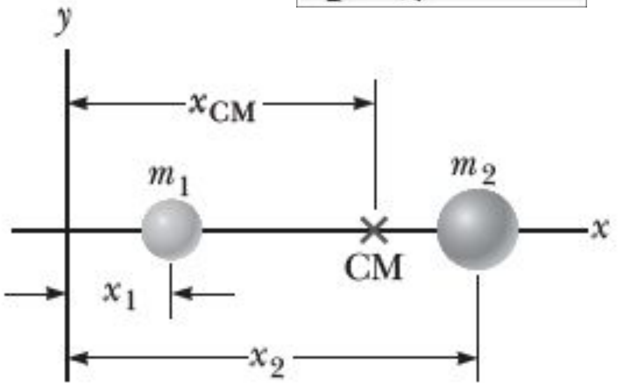
Como podemos ver, o *CM* fica mais perto da partícula com maior massa.

Mostre o calculo feito da sua tela

Centro de massa

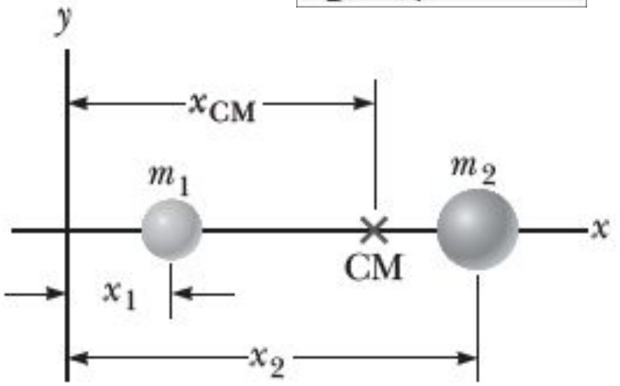
3 - Faça o mesmo cálculo, mas considere $m_1 = m_2$, e obtenha o valor de x_{cm}. Também comente o resultado.





Centro de massa

3 - Faça o mesmo cálculo, mas considere $m_1 = m_2$, e obtenha o valor de x_{cm}. Também comente o resultado.



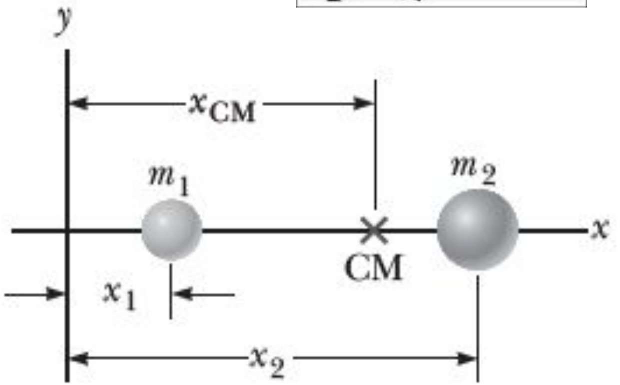
Vamos usar novamente:

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2},$$

Mostre o calculo feito da sua tela

Centro de massa

3 - Faça o mesmo cálculo, mas considere $m_1 = m_2$, e obtenha o valor de x_{cm}. Também comente o resultado.



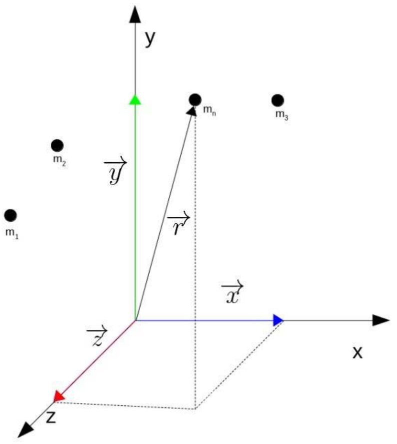
E o resultado é

$$\boxed{X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} \cdot d.}$$

Mostre o calculo feito da sua tela

Sistemas de Várias Partículas

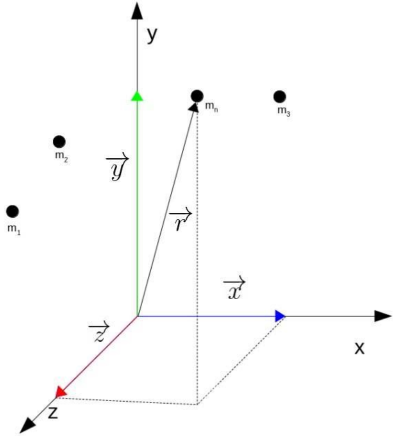
Consideremos um sistema formado por um número qualquer N de partículas, de massas m_1, m_2, ..., m_N, cujos vetores de posição num dado instante t são, respectivamente, $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$, ..., $\mathbf{r}_N(t)$.



$$m_1 \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = \mathbf{F}_{1(2)} + \mathbf{F}_{1(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{1(N)} + \mathbf{F}_1^{(\mathrm{ext})} \qquad (10)$$

Sistemas de Várias Partículas

Consideremos um sistema formado por um número qualquer N de partículas, de massas m_1, m_2, ..., m_N, cujos vetores de posição num dado instante t são, respectivamente, $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$, ..., $\mathbf{r}_N(t)$.



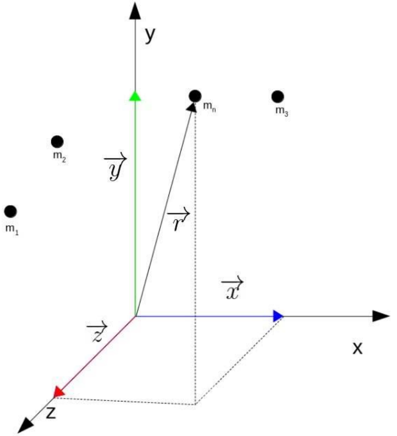
$$m_1 \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = \mathbf{F}_{1(2)} + \mathbf{F}_{1(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{1(N)} + \mathbf{F}_1^{(\text{ext})} \qquad (10)$$

$$m_2 \frac{d^2\mathbf{r}_2}{dt^2} = \mathbf{F}_{2(1)} + \mathbf{F}_{2(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{2(N)} + \mathbf{F}_2^{(\text{ext})} \qquad (11)$$

....

Sistemas de Várias Partículas

Consideremos um sistema formado por um número qualquer *N* de partículas, de massas m_1, m_2, ..., m_N, cujos vetores de posição num dado instante t são, respectivamente, $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$, ..., $\mathbf{r}_N(t)$.



$$m_1 \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = \mathbf{F}_{1(2)} + \mathbf{F}_{1(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{1(N)} + \mathbf{F}_1^{(\mathrm{ext})} \quad (10)$$

$$m_2 \frac{d^2\mathbf{r}_2}{dt^2} = \mathbf{F}_{2(1)} + \mathbf{F}_{2(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{2(N)} + \mathbf{F}_2^{(\mathrm{ext})} \quad (11)$$

....

$$m_N \frac{d^2\mathbf{r}_N}{dt^2} = \mathbf{F}_{N(1)} + \mathbf{F}_{N(2)} + \ldots + \mathbf{F}_{N(N-1)} + \mathbf{F}_N^{(\mathrm{ext})} \quad (12)$$

Sistemas de Várias Partículas

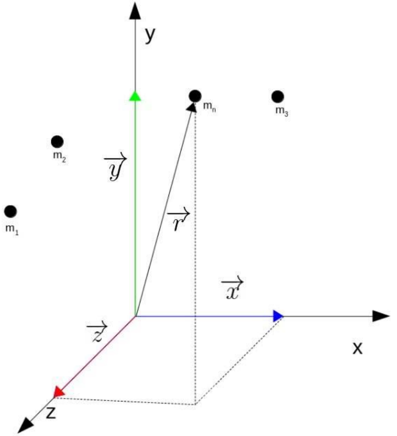
Consideremos um sistema formado por um número qualquer *N* de partículas, de massas m_1, m_2, ..., m_N, cujos vetores de posição num dado instante t são, respectivamente, $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$, ..., $\mathbf{r}_N(t)$.

$$m_1 \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = \mathbf{F}_{1(2)} + \mathbf{F}_{1(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{1(N)} + \mathbf{F}_1^{(\text{ext})}$$

$$m_2 \frac{d^2\mathbf{r}_2}{dt^2} = \mathbf{F}_{2(1)} + \mathbf{F}_{2(3)} + \ldots + \mathbf{F}_{2(N)} + \mathbf{F}_2^{(\text{ext})}$$

....

$$m_N \frac{d^2\mathbf{r}_N}{dt^2} = \mathbf{F}_{N(1)} + \mathbf{F}_{N(2)} + \ldots + \mathbf{F}_{N(N-1)} + \mathbf{F}_N^{(\text{ext})}$$



$$\boxed{\mathbf{R} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\mathbf{r}_i = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + \ldots + m_N\mathbf{r}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}} \quad (14)$$

Princípio de Conservação do Momento

A taxa de variação com o tempo do momento total de um sistema de partículas é igual à resultante das forças externas que atuam sobre o sistema.

$$\boxed{\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{(\mathrm{ext})}} \qquad (15)$$

Princípio de Conservação do Momento

A taxa de variação com o tempo do momento total de um sistema de partículas é igual à resultante das forças externas que atuam sobre o sistema.

$$\boxed{\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{(\mathrm{ext})}} \qquad (15)$$

Por conseguinte, a anulação da resultante das forças externas é equivalente à conservação do momento total do sistema:

$$\boxed{\mathbf{F}^{(\mathrm{ext})} = 0 \leftrightarrow \mathbf{P} = \text{constante}} \qquad (16)$$

Princípio de Conservação do Momento

A taxa de variação com o tempo do momento total de um sistema de partículas é igual à resultante das forças externas que atuam sobre o sistema.

$$\boxed{\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{(\text{ext})}} \tag{15}$$

Por conseguinte, a anulação da resultante das forças externas é equivalente à conservação do momento total do sistema:

$$\boxed{\mathbf{F}^{(\text{ext})} = 0 \leftrightarrow \mathbf{P} = \text{constante}} \tag{16}$$

Demonstramos assim o princípio de conservação do momento total para um sistema de partículas.

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\mathbf{r}'_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{p}'_i = 0 \tag{17}$$

Princípio de Conservação do Momento

Demonstramos assim o princípio de conservação do momento total para um sistema de partículas.

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\mathbf{r}'_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{p}'_i = 0$$

As equações acima, nos leva a uma generalização da lei da inércia.

Princípio de Conservação do Momento

Demonstramos assim o princípio de conservação do momento total para um sistema de partículas.

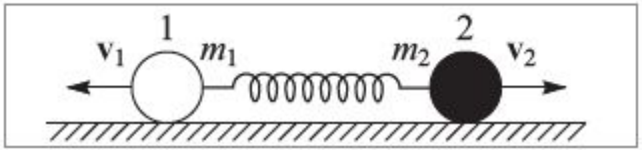
$$\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\mathbf{r}_i'}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{p}_i' = 0$$

As equações acima, nos leva a uma generalização da lei da inércia.

Se a resultante das forças externas que atuam sobre o sistema se anular, o CM do sistema permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme.

Centro de massa

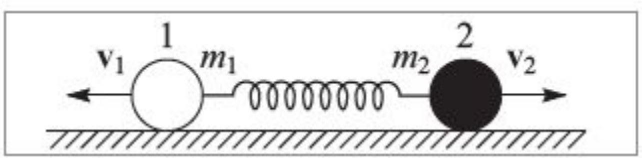
Consideremos um par de partículas de massas m1 e m2 ligadas por uma mola e colocadas sobre uma superfície horizontal (Figura abaixo). Inicialmente, o sistema é mantido em repouso, com a mola comprimida. Que acontece quando soltamos as partículas?



[redacted]

Centro de massa

Consideremos um par de partículas de massas m1 e m2 ligadas por uma mola e colocadas sobre uma superfície horizontal (Figura abaixo). Inicialmente, o sistema é mantido em repouso, com a mola comprimida. Que acontece quando soltamos as partículas?



Estude a resolução em:

Capítulo 8: Conservação do momento p. 193.
Nussenzveig, H. Moysés, Curso de física básica, 1: mecânica, 5. ed. - São Paulo: Blucher, 2013.

Estudar Livro 1

Capítulo 7 – Conservação de energia

Capítulo 8 – Momento e colisões

Estudar Livro 2

Capítulo 8 – Conservação de Momento

Serway, Raymond A. Princípios de física / Raymond A. Serway, John W. Jewett Jr. São Paulo : Cengage Learning, 2014. Princípios de Física, vol. 1. Mecânica clássica. 5. ed. norte-americana.

Nussenzveig, H. Moysés, Curso de física básica, 1: mecânica, 5. ed. - São Paulo: Blucher, 2013.

Bibliografia

Halliday, D., Resnick, R. e Walker, J.. Fundamentos de Física. Volume 2 - Gravitação, Ondas, Termodinâmica. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

Nussenzveig, H. M. Curso de Física Básica. Volume 2 – Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

Tipler, P. A.; Mosca, G. Física para Cientistas e Engenheiros. Volume 1 – Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

https://phet.colorado.edu/sims/html/forces-and-motion-basics/latest/forces-and-motion-basics_pt_BR.html